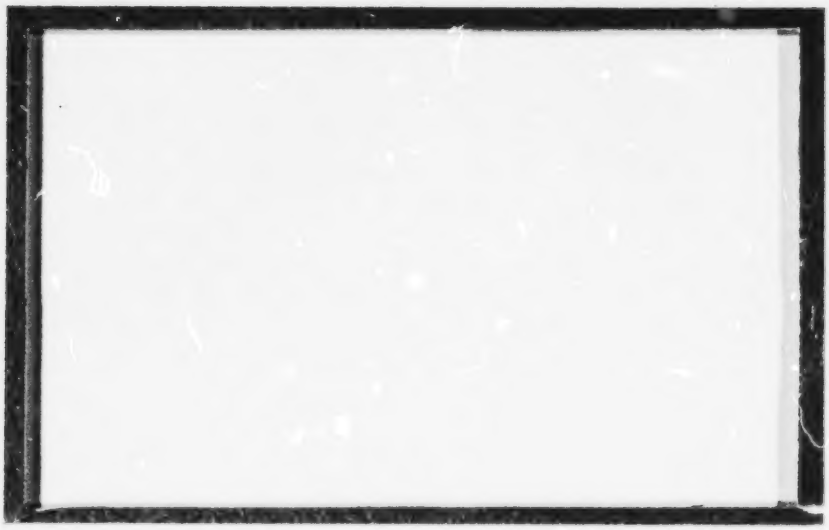
UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL



CENTRE DE RECHERCHE SUR LES TRANSPORTS

MÉMOIRE D'ÉTUDIANT

CASE POSTALE 6128, STATION A, MONTRÉAL, QUÉBEC, H3C 3J7

LA FORME FONCTIONNELLE OPTIMALE D'UNE EQUATION DE DEMANDE DE TRANSPORT DE CHARBON CANADIEN PAR LE JAPON, 1969-1978

par

Johanne Bergeron

Ce travail a été subventionné par le Centre de recherche et de développement de Transports Canada et par le programme F.C.A.C. du Ministère de l'éducation du Québec

Université de Montréal

Centre de recherche sur les transports - Publication # 158

janvier 1980

Dépôt légal - 1er trimestre 1980

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

SOMMAIRE

L'objet de cette recherche est de déterminer la forme fonctionnelle optimale de la partie fixe et aléatoire d'une équation, afin de comparer les élasticités calculées à partir des différentes formes.

Je commence par justifier la spécification de l'équation et j'en estime la forme linéaire. Par la suite, j'essaye d'améliorer la forme fonctionnelle de l'équation en utilisant une spécification mathématique moins contraignante pour estimer conjointement la partie fixe et aléatoire.

J'en arrive à la conclusion que plus on diminue les contraintes posées sur la partie fixe et/ou aléatoire, moins les résultats (voir les tests t de Student et les valeurs des élasticités) sont satisfaisants. Ceci pourrait sans doute s'expliquer par le nombre croissant de paramètres estimés quand on libère les contraintes. De plus, la valeur des élasticités est très sensible à la forme fonctionnelle choisie.

TABLE DES MATIERES

Introduction 1

Partie I 3

a) La spécification de l'équation 4

b) Résultats de l'estimation par les moindres carrés ordinaires 15

Partie II - Le modèle théorique et la formulation mathématique 17

Partie III - Résultats, analyse et conclusion 23

Remerciements 34

Annexe: les données 35

Bibliographie 36

TABLE DES ILLUSTRATIONS

Tableau I - Evolution de la production d'acier au Japon 5

Talbeau II - Exportations canadiennes de charbon 6

Tableau III - La composition du prix du charbon 10

Tableau IV - Résultats de l'estimation par les moindres carrés ordinaires 15

Tableau V - Résultats de l'estimation par le maximum de vraisemblance, quand $\lambda_X = \lambda_Y$ 26

Tableau VI - Résultats de l'estimation par le maximum de vraisemblance, quand $\lambda_X \neq \lambda_Y$ mais λ_X sont égaux 27

Tableau VII - Résultats de l'estimation par le maximum de vraisemblance, quand $\lambda_X \neq \lambda_Y$ 28

INTRODUCTION

Le but de ce travail est de trouver la forme fonctionnelle optimale d'une équation en déterminant simultanément sa partie fixe et aléatoire, c'est-à-dire avec la forme de l'autocorrélation et de l'hétéroscédasticité. Il tend également à vérifier si un changement de la forme d'une équation pourrait avoir des effets sur les valeurs des paramètres estimés.

En effet, de récents travaux montrent qu'un changement de la forme d'une fonction influence les estimations et donc les élasticités. A ce propos, Gaudry et Wills écrivent :

> "Nos travaux montrent qu'un grand nombre de modèles de transport courants sont des cas particuliers d'une vaste famille et que la détermination de la forme fonctionnelle optimale a des effets importants sur les estimations des paramètres des variables fixes et aléatoires des modèles"[1].

Il devient donc important de déterminer la forme fonctionnelle la plus adéquate de manière à éviter une erreur de spécification qui pourrait changer les estimations.

Il semble donc utile de poursuivre les recherches en ce sens afin de déterminer si on peut obtenir de meilleurs résultats en employant une formulation mathématique plus large, relativement à ceux obtenus en se servant d'une spécification plus limitée. En outre, tout en cherchant à améliorer la forme d'une équation, s'assurer si les paramètres estimés varient sensiblement.

---

[1] Gaudry, Marc J.I., Wills Michael J., Estimating the Functionnal Form of Travel Demand Models, Université de Montréal, Publication #63, Centre de recherche sur les transports, cahier #7702, Département de sciences économiques, 1977, 79 p.

UNIVERSITE DE MONTREAL

Pour les estimations j'ai utilisé une équation portant sur les exportations canadiennes de charbon vers le Japon parce que des tentatives, pour en améliorer la forme, avaient été concluantes.

Dans une première étape je justifie la spécification de l'équation choisie et je présente les résultats de l'estimation, de la forme linéaire, au moyen des moindres carrés ordinaires.

Dans la seconde partie, j'adopte une spécification plus générale de manière à déterminer simultanément la forme fonctionnelle de la partie fixe d'une équation ainsi que la structure de l'hétéroscédasticité et de l'autocorrélation.

Dans la troisième partie, je me suis servie comme méthode d'estimation du maximum de vraisemblance afin de pouvoir comparer les équations estimées et leur capacité d'expliquer les données. Les résultats sont ensuite présentés et évalués.

PARTIE I

1) Présentation de l'équation et justification de sa spécification.

2) Estimation de la forme linéaire de l'équation au moyen des moindres carrés ordinaires et présentation des résultats.

L'équation choisie explique les exportations canadiennes de charbon vers le Japon par la production anticipée d'acier japonais, le prix du charbon exporté en yen, une variable reflétant la tendance et des variables auxiliaires. Soit :

$$X_{CC} = B_0 + B_1 P^*_{AJ} + B_2 PX_{CCX} + B_3 T + B_4 D_4 + B_5 D_5 + B_6 D_6 + B_7 D_7 + B_8 D_8 + B_9 D_9 + u_t$$

où

X_{cc} représente les exportations canadiennes vers le Japon (en tonnes courtes).

P^*_{AJ} représente la production anticipée d'acier japonais (en tonnes courtes).

PX_{CCX} représente le prix du charbon canadien exporté (en yens).

T est une variable qui reflète la tendance (1969, 1970 = 1, 1971 = 2, 1972 = 3, ..., 1978 = 9).

D_4, D_5, D_6, D_7, D_8, D_9 sont des variables auxiliaires qui tiennent compte d'événements irréguliers. D_4 à la forme 1972 : 4 = 1, 1973 : 1 = 1, 1972 : 2 = 1, 0 ailleurs[1]. D_5 prend la valeur 1 en 1973 : 4 et 0 ailleurs, D_6 prend la valeur 1 en 1975 : 1 et 0 ailleurs. D_7, D_8, D_9 ont respectivement la forme 1975 : 2 = 1, 1975 : 3 = 1, 0 ailleurs et 1976 : 2 = 1, 0 ailleurs et 1976 : 4 = 1, 1977 : 1 = 1, 1977 : 2 = 1, 1977 : 3 = 1, 0 ailleurs.

Toutes les données sont trimestrielles et portent sur la période 1969 : 1 à 1978 : 2.

---

[1] 1972 : 4 = 1 représente le quatrième trimestre de 1972.

L'équation présentée précédemment fait partie d'un modèle général de demande de transport de charbon par voie ferrée. Dans ce cas, les exportations de charbon au Japon de 1969 à 1978 représentent annuellement environ 90% de la quantité totale transportée. L'autre 10% suit des mouvements aléatoires difficiles à expliquer. Ce phénomène justifie donc le choix de la variable dépendante et sa relation avec le transport de charbon par voie ferrée.

Je vais maintenant expliquer le choix des variables indépendantes de l'équation.

a) La production anticipée d'acier japonais

Vers le milieu des années '60, avec le développement de son industrie métallurgique le Japon a voulu étendre et diversifier ses sources d'approvisionnement en charbon. Le tableau I nous montre d'ailleurs l'évolution rapide de l'industrie métallurgique japonaise.

Tableau I

Evolution de la production d'acier au Japon

Année	Production d'acier au Japon (en tonnes courtes)
1960	24,396,076
1965	45,358,320
1970	102,841,946
1971	97,950,916
1972	106,782,698
1973	131,493,946
1974	129,122,442
1975	112,750,028
1976	118,336,066
1977	112,849,208

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

Dès 1969, le Canada a commencé à exporter du charbon au Japon, et en 1972 les propriétaires des mines canadiennes et les producteurs d'acier japonais ont signé des contrats déterminant le prix et la quantité (avec une marge de ± 5 à 15%) des expéditions. Ces accords étant revisables environ tous les deux ans.

Les exportations canadiennes de charbon sont donc principalement reliées à la demande japonaise pour ce produit. Le tableau II nous le montre assez clairement.

Tableau II

Exportations canadiennes de charbon

Année	Exportations (en tonnes courtes)	% destiné au Japon
1969	1,377,872	84
1970	4,391,575	94
1971	7,733,775	96
1972	8,513,403	98
1973	12,023,700	98
1974	11,876,419	93
1975	12,891,151	92
1976	12,965,308	90
1977	13,303,691	86

Ainsi, la production d'acier au Japon détermine leurs importations de charbon. Les exportations canadiennes sont donc directement reliées à la quantité totale de charbon devant être importé par les Japonais et indirectement reliées à la production d'acier. Or comme les données sur les importations totales de charbon par le Japon ne sont pas disponibles, j'ai utilisé la production d'acier.

Cependant, les exportations courantes ne sont pas fonction de la production courante mais bien de la production anticipée. En effet, les contrats fixant le prix et la quantité de charbon exporté ont une durée d'environ deux ans, de sorte que lorsque ces accords sont signés, les Japonais doivent prévoir leurs besoins en charbon pour les deux années suivantes. Ces prévisions sont basées sur les informations disponibles à ce moment, en l'occurrence les données de l'année en cours. Par exemple un contrat signé en 1976 détermine les exportations pour 1977 et 1978. De plus, les négociations durent en moyenne un trimestre et le délai entre la signature de l'accord et sa réalisation est de un à deux trimestres.

Ainsi les exportations pour le premier trimestre de 1978 sont fonction de la production d'acier prévue à ce moment. Soit :

$$X_{78} = f(P^*_{AJ78}) \qquad (A)$$

X : exportations canadiennes de charbon.

P^*_{AJ} : production anticipée d'acier japonais.

et

$$P^*_{AJ} = B_0 P_{AJ_{t-8}} + B_1 P_{AJ_{t-9}} + B_2 P_{AJ_{t-10}} + B_3 P_{AJ_{t-11}} \qquad (B)$$

On suppose que les poids qui se rattachent à chacune des périodes formant les prévisions diminuent de plus en plus à mesure que l'on s'éloigne dans le temps. Selon l'équation B, la production prévue pour un trimestre est une moyenne de la production des huit à onze trimestres précédents. Donc la production anticipée au premier trimestre de 1978 est une moyenne de la

production réalisée du premier trimestre de 1976 aux trois derniers de 1975.

Le choix de la période, sur laquelle s'étendent les retards, s'explique par la durée des contrats et aussi par le fait qu'elle donne les meilleurs résultats empiriques.

Le programme utilisé ne permettant pas d'estimer directement les poids relatifs à chaque période, j'ai donc dû faire un grand nombre d'estimations[1] de mon équation initiale telle que :

$$X_{CC} = B_0 + B_1 P^*_{AJ} + B_2 PX_{CCX} + B_3 T + B_4 D_4 + B_5 D_5 + \ldots + B_9 D_9 + u_t$$

où

$$B_1 P^*_{AJ} = \gamma_0 P_{AJ_{t-8}} + \gamma_1 P_{AJ_{t-9}} + \gamma_2 P_{AJ_{t-10}} + \gamma_3 P_{AJ_{t-11}}$$

Le degré du polynôme est supposé être égal à 1. J'ai estimé directement l'équation initiale et j'ai obtenu les résultats suivant :

$$\hat{\gamma}_0 = .042 \qquad \hat{\gamma}_1 = .031 \qquad \hat{\gamma}_2 = .021 \qquad \hat{\gamma}_3 = .0105$$

Ainsi qu'on le remarque tous les poids estimés sont supérieurs à 0 et inférieurs à 1, leur somme est inférieure à 1 et ils ont tous le même signe. La variable d'anticipation a été calculée à partir de ces estimés, ainsi

$$P^*_{AJ_t} = .042(P_{AJ_{t-8}}) + .031(P_{AJ_{t-9}}) + .021(P_{AJ_{t-10}}) + .0105(P_{AJ_{t-11}})$$

[1]Avec l'aide au programme DRI tout en utilisant les moindres carrés ordinaires comme méthode d'estimation.

Malgré les difficultés pouvant être reliées à l'usage de ces données, les résultats des estimations se sont toujours montrés supérieurs à ceux obtenus avec l'utilisation de la variable de production courante. J'ai tenu aussi compte des variations saisonnières et j'ai désaisonnalisé les données.

Le signe attendu du coefficient estimé ($\hat{\beta}_1$) est positif compte tenu que les exportations canadiennes de charbon sont reliées positivement à la production d'acier au Japon.

b) La variable de prix

Une autre variable importante dans l'équation est celle du prix, car les exportations varient aussi avec leur prix. Si ce dernier augmente, toutes choses étant égales par ailleurs, la quantité exportée diminue et inversement. Il y a donc une relation inverse entre les exportations et le prix. Cependant, ce n'est pas le prix anticipé qui est important mais bien le prix négocié.

On doit aussi tenir compte du taux de change entre le Canada et le Japon par la variable de prix. Ainsi si la valeur du yen augmente par rapport au dollar canadien, le charbon canadien devient relativement moins coûteux pour les Japonais. Cette baisse peut avoir des effets sur la quantité demandée qui peut alors augmenter dans une certaine mesure.

Le prix doit aussi refléter les coûts de transport, du moins jusqu'au port car les frais reliés au transport terrestre (par voie ferrée uniquement) sont très élevés. C'est donc le prix du charbon au port qui

est important et non pas le prix à la mine car ce dernier exclut le coût du transport dont on doit tenir compte afin que la variable de prix reflète bien tous les frais importants pouvant influencer les exportations.

Le tableau suivant nous montre la composition, en pourcentage, du prix du charbon. En outre, le prix payé au port en yen détermine en partie la demande japonaise pour le charbon.

Tableau III

La composition du prix du charbon (%)[1]
1975

Mine	% à la mine (F.O.B.)	Transport ferroviaire	Tarif maritime et autres
Balmer (Canada)	71%	17%	12%
Coalcliff (Australie)	84%	5%	11%

On remarque donc l'incidence des coûts de transport par voie ferrée sur prix total principalement au Canada. D'ailleurs ce phénomène nous empêche d'être très compétitif surtout par rapport à l'Australie. En effet, avec un même prix à la mine, les producteurs canadiens ont des coûts de transport jusqu'au port beaucoup plus élevés ce qui provoque un prix supérieur pour le charbon canadien relativement au charbon australien. Nous sommes donc défavorisés par rapport à notre principal compétiteur. A cause du manque de données, je n'ai pu tenir compte de la compétition entre les deux pays.

---

[1]Hikaru, Yokoegama, Impact of the Transportation System on the Market Stability of Coking Coal in Japanese Market, mars 1977, Study Report to CP Rail.

Pour construire cette variable j'ai utilisé l'indice de prix du charbon canadien à l'exportation[1], qui représente le prix au port. Cet indice est une moyenne pondérée du prix à court terme et du prix à long terme (ou négocié). Dans notre cas seul ce dernier est pertinent car c'est celui payé par les Japonais. Mais comme nous exportons principalement au Japon c'est donc le prix à long terme qui a le poids le plus élevé dans la construction de l'indice. A défaut d'autres données, la variable choisie est une approximation acceptable du prix négocié. De plus, c'est un prix au port.

D'autre part j'ai multiplié l'indice par le taux de change de la période correspondante afin de tenir compte des changements dans la valeur du yen et du dollar. Je m'attends à un signe négatif pour le paramètre estimé.

c) La variable de tendance et les variables auxiliaires

L'utilisation des variables auxiliaires et de tendance est nécessaire à cause du manque de données et de leur faible qualité. Ces difficultés ont aussi limité le champ de spécification.

La variable de tendance (1969 = 1, 1970 = 1, 1971 = 2, ..., 1978 = 9) tient compte de la croissance des exportations canadiennes vers le Japon, qui n'est pas expliquée par la production d'acier, mais par le désir des Japonais depuis 1969, 1970 de diversifier leur source d'approvisionnement. En effet, le Japon considère le charbon et l'acier comme des produits

---

[1]Statistique Canada, Exports by Commodities, Catalogue no 65-004, Mensuel, Ottawa.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

stratégiques et en ce cas, il ne veut pas dépendre d'un seul pays. Cette variable tient aussi compte de notre prix de plus en plus compétitif par rapport à l'Australie principalement à cause de l'évolution différente du taux de change. Comme les données sur les prix australiens ne sont pas disponibles on ne peut inclure cette information avec la variable de prix.

Nous utilisons donc une variable de tendance afin de tenir compte de l'augmentation des exportations non explicables par les données existantes. Cette variable a la forme : 1969 = 1, 1970 = 1, 1972 = 2, 1973 = 3, 1974 = 4, ..., 1978 = 9, car en 1969 et 1970 on commençait à peine à exporter au Japon et ce marché a évolué lentement d'année en année. Le signe attendu du paramètre estimé de cette variable est positif.

J'utilise aussi dans mon équation des variables auxiliaires pour tenir compte d'événements irréguliers pouvant influencer les exportations.

La variable D_4 (1972 : 4 = 1, 1973 : 1 = 1, 1973 : 2 = 1, 0 ailleurs) tient compte de l'augmentation irrégulière des exportations durant les trois trimestres précédant la grève à CP Rail. La possibilité de grève étant connue des Japonais, ils ont accru leurs inventaires de façon à pouvoir répondre à leurs besoins durant l'arrêt de travail. Cette augmentation des exportations s'est étendue sur trois trimestres à cause de la capacité limitée d'extraire du charbon des mines durant un seul trimestre et des contingentements au niveau du transport de charbon par une voie ferrée. Le signe attendu du paramètre estimé de cette variable est positif.

La variable D_5 (1973 : 4 = 1, 0 ailleurs) explique la hausse des exportations après la grève à CP Rail (1973 : 3) parce que les Japonais cherchaient à reconstituer les inventaires de charbon qui avaient diminué durant l'arrêt de travail. Le signe attendu du paramètre estimé est positif.

La variable D_6 (1975 : 1 = 1, 0 ailleurs) reflète la baisse des exportations à la suite de l'augmentation forte et soudaine du prix à long terme du charbon en décembre 1974. A cette époque le prix de la tonne courte est passée de \$30.24 à \$36.77 et a augmenté à \$48.57 le premier avril 1975. Durant cette période la demande pour l'acier japonais a diminué. Ainsi le premier trimestre de 1975 a été une période d'adaptation pour les producteurs, à cause de la hausse du prix du charbon et de la baisse d'acier au Japon de la demande d'acier. Or comme le prix utilisé dans l'équation ne reflète pas le prix payé par les Japonais, l'indice étant une moyenne pondérée du prix à court et à long terme, j'ai corrigé cette lacune en introduisant une variable auxiliaire. Celle-ci reflète la hausse subite, du prix à long terme, qui a causé une diminution irrégulière de la quantité de charbon exporté au Japon durant le premier trimestre de 1975. Le signe attendu du paramètre estimé est négatif.

La variable D_7 (1975 : 2 = 1, 1975 : 3 = 1, 0 ailleurs) explique la hausse temporaire des exportations après la période d'ajustement et de forte baisse du premier trimestre de 1975. Comme les inventaires détenus étaient inférieurs à ceux désirés, on a cherché à les reconstituer durant les deux trimestres suivants. Le signe attendu du paramètre estimé est positif.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

La variable D_8 (1976 : 2 = 1, 0 ailleurs) tient compte de la diminution des exportations au second trimestre de 1976. Cette baisse a été causée par la grève de la mine Kaiser au premier trimestre. Cependant, à cause des inventaires, l'influence de l'arrêt de travail ne s'est fait sentir qu'au trimestre suivant. Ainsi, pendant la grève, on a pu répondre à la demande en utilisant les stocks en inventaire. Le trimestre suivant malgré la reprise du travail, les exportations ont diminué parce que les inventaires détenus étaient insuffisants, pour répondre à la demande. Le signe attendu du paramètre estimé est négatif.

La variable D_9 (1976 : 4 = 1, 1977 : 1 = 1, 1977 : 2 = 1, 1977 : 3 = 1, 0 ailleurs) reflète la hausse des exportations due à la reconstitution des inventaires japonais de charbon après la grève à la mine Kaiser au premier trimestre de 1976. Cette grève a d'abord affecté les exportations à la baisse au cours du second trimestre, puis les mines ont rétabli le niveau de leurs inventaires tout en répondant à une demande normale au troisième trimestre. Les quatre trimestres suivant les exportations ont augmenté à cause de la demande japonaire plus élevée. L'ajustement ne pouvait être fait au cours d'un seul trimestre dû aux limites de capacité (mine, train). Le signe attendu pour le paramètre estimé est positif.

En résumé, j'ai utilisé des variables auxiliaires pour tenir compte des changements dans les inventaires, lesquels expliquent les mouvements à la hausse et à la baisse des exportations (les Japonais utilisent alors la possibilité d'ajuster leur demande de plus ou moins 5 à 15% de la quantité négociée dans les contrats). J'ai été obligée d'utiliser des variables

auxiliaires comme approximations parce qu'aucune donnée sur les inventaires de charbon japonais n'est disponible. Le signe attendu du paramètre estimé est positif.

Les signes attendus des coefficients estimés pour chacune des variables sont : $\hat{\beta}_1 > 0$, $\hat{\beta}_2 < 0$, $\hat{\beta}_3 > 0$, $\hat{\beta}_4 > 0$, $\hat{\beta}_5 > 0$, $\hat{\beta}_6 < 0$, $\hat{\beta}_7 > 0$, $\hat{\beta}_8 < 0$, $\hat{\beta}_9 > 0$.

Résultats de l'estimation

Les résultats de l'estimation de l'équation par les moindres carrés ordinaires sont :

Tableau IV

Résultats de l'estimation par les moindres carrés ordinaires

Variables	Tests t de Student	Coefficients estimés	Elasticités
1) Production d'acier japonais anticipée	5.56	(1.75)	2.07
2) Prix du charbon canadien exporté en yen	-2.34	(-13.28)	-0.35
3) Tendance	2.53	(134,554)	0.26
4) D_4	0.96	(222,133)	0.017
5) D_5	1.54	(553,492)	0.007
6) D_6	-1.77	(-632,460)	-0.008
7) D_7	1.73	(486,570)	0.012
8) D_8	-2.46	(-937,824)	-0.011
9) D_9	1.93	(482,197)	0.0105
10) Constante	-4.08	(-2,236,250)	
$R^2 = 0.9054$, DW = 0.91			

UNIVERSITE DE MONTREAL

Dans ce tableau, la valeur des coefficients estimés est entre parenthèses.

Les résultats de l'estimation montrent que tous les coefficients estimés ont le signe attendu et sont significatifs, sauf le coefficient de la variable D_4. Les élasticités semblent raisonnables sauf peut-être celle de la production d'acier anticipée qui est très élevée. Le coefficient de détermination atteint .90 ce qui indique que mes variables indépendantes expliquent assez bien notre variable dépendante. Cependant la valeur du Durbin-Watson (.91) indique la présence d'autocorrélation positive du premier ordre.

Pour améliorer mon équation j'ai donc cherché à déterminer la forme fixe et aléatoire optimale de l'équation. J'ai ensuite comparé les résultats obtenus.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

PARTIE II

Le modèle théorique et la formulation mathématique

Dans cette partie du travail, je présente le modèle théorique qui m'a servi aux estimations. J'ai fait une synthèse des travaux de Gaudry et Dagenais[1] qui m'ont servi de base quant à l'aspect théorique de cette recherche. En effet, ces auteurs ont cherché à déterminer la forme de la partie fixe d'un modèle simultanément avec la partie aléatoire, c'est-à-dire avec la forme de l'hétéroscédasticité et de l'autocorrélation. Soit la forme générale d'une équation linéaire

$$y = X\beta + u \tag{1}$$

avec la notation matricielle où X est une matrice n x k, β un vecteur de paramètre k x 1 et u le vecteur des erreurs n x 1. $E(u) = 0$ et $E(u'u) = \psi^2 V$ (V définie positive). Pour l'hétéroscédasticité on définie Ω comme :

$$\begin{aligned} E(u'u) &= f(X_t)\ \psi^2 \qquad t = t' \ , \quad t = 1, \ldots, n \\ &= 0 \qquad\qquad\quad t \neq t' \end{aligned} \tag{2}$$

quant à l'autocorrélation on peut définir le processus autorégressif comme

$$u_t = \sum_{\ell=1}^{r} \rho_\ell\ u_{t-\ell} + e_t \qquad t = 1, \ldots, n \tag{3}$$

où e_t est distribué de façon indépendante avec une moyenne 0 et une matrice de covariance $\sigma^{**2}I$. Mais on peut adopter une formulation plus générale encore que (1) englobant les cas de non-linéarité de l'équation. Ceci permet un champ d'analyse plus vaste par l'utilisation d'une formulation mathématique moins contraignante. Soit :

---

[1]Gaudry, Marc J.I., Dagenais, Marcel G., The Use of Box-Cox Transformations in Regression Models with Heteroskedastic Autoregressive Residuals, Université de Montréal, Département de sciences économiques, cahier no 7814, août 1978, 14 p.

$$y^{(\lambda y)} = \sum_k \beta_k \, X_k^{(\lambda xk)} + u \qquad (4)$$

où la transformation Box-Cox de toute variable Z (variable dépendante ou la $K^{ième}$ variable indépendante non-boléenne k) pour le paramètre k, est définie comme :

$$Z^{\lambda} = \begin{cases} \dfrac{Z^{\lambda} - 1}{\lambda} & , \quad \lambda \neq 0 \\ \ell n \; Z & , \quad \lambda = 0 \end{cases} \qquad (5)$$

l'inverse pouvant s'exprimer comme

$$Z = \begin{cases} (\lambda Z^{(\lambda)} + 1)^{1/\lambda} & , \quad \lambda \neq 0 \\ \exp \, (Z^{(\lambda)}) & , \quad \lambda = 0 \end{cases} \qquad (6)$$

Nous allons ensuite essayer de déterminer la forme optimale de la partie fixe et aléatoire de l'équation. On doit d'abord tenir compte de l'hétéroscédasticité en posant, que la matrice de covariance des erreurs d'une équation linéaire peut s'écrire comme suit :

$$E(u'u) = f(X_t) \; \psi^2 = \Omega \qquad (7)$$

avec

$$f(X_t) = \{\lambda u \, [\delta_0 + \sum_k \delta \; X_{k_t}^{(\lambda ek)}] + 1\}^{1/\lambda u} \qquad (8)$$

où on applique la transformation Box-Cox aux variables explicatives X_k, et l'inverse de la transformation est appliquée au contenu des parenthèses.

Pour conserver l'invariance de la transformation par rapport aux unités de mesure des X et y, δ_0 et ψ sont constants. En posant $\lambda_u = 0$ on obtient :

$$\tilde{w}_{tt} = \psi^2 \exp(\delta_0 + \sum_k \delta_k X_{k_t}^{(\lambda_{ek})}) = \sigma^2[\exp(\Sigma \delta X_{k_t}^{(\lambda_{ek})})] \qquad (9)$$

avec $\sigma^2 = \psi^2 e^{\delta_0}$.

On peut ainsi évaluer l'hétéro générale en posant $\delta_0 = 0$, et estimer λe et δ_K qui ont comme valeur de départ respectivement 1 et 0. L'hétéroscédasticité classique peut se mesurer en fixant $\delta_0 = 0$, $\lambda e = 0$, $\delta_K = 2$.

Après avoir établi ce dernier cas, on peut dériver la fonction de vraisemblance de l'équation (4) qui a une matrice de covariance définie par l'équation (9). On obtient alors :

$$L = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)^n |\tilde{\Omega}|^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(y^{(\lambda_y)} - X^{(\lambda_x)} \beta)^1 \tilde{\Omega}^{-1}(y^{(\lambda_y)} - X^{(\lambda_x)} \beta)\right\} |J(\lambda_y;y)| \qquad (10)$$

où $|J(\lambda_y;y)|$ est le jacobien de la transformation de $y_t^{(\lambda_y)}$ à y_t observé, où

$$|J(\lambda_y;y)| = \left|\det \frac{\partial y_t^{(\lambda_y)}}{\partial y_t}\right| = \prod_{t=1}^{n} y_t^{\lambda_y - 1} \qquad (11)$$

On peut alors réécrire la fonction de vraisemblance définie en (10), de façon à pouvoir tester conjointement la forme de l'hétéroscédasticité et de la partie fixe de l'équation. Soit

$$L = \prod_{t=1}^{n} \frac{y_t^{\lambda_y - 1}}{\sqrt{2\pi}\,\sigma\sqrt{\exp(\sum_k \delta_k X_{k_t}^{(\lambda_{ek})})}} \exp\left[-\frac{(y_t^{(\lambda_y)} - \sum_k \beta_k X_{k_t}^{(\lambda_{xk})})^2}{2\sigma^2 \exp(\sum_k \delta_k X_{k_t}^{(\lambda_{ek})})}\right] \quad (12)$$

où on veut estimer λ_y-1, δ_k, λ_{ek}, λ_x, λ_{xk}, β_x. On doit cependant contraindre les paramètres de la partie fixe et aléatoire afin de diminuer le nombre de paramètres à estimer.

Pour tenir compte de l'autocorrélation simultanément, on reformule le problème comme :

$$y^{(\lambda_y)} = \sum_k \beta_k X^{(\lambda_{xk})} + u_t \quad (13)$$

$$u_t = f(X_t)^{\frac{1}{2}} v_t \quad (14)$$

$$v_t = \sum_{\ell=1}^{r} \rho_\ell v_{t-\ell} + s_t \quad (15)$$

où $E(v_t^2) = \psi^2$ et s_t est indépendamment et normalement distribué avec une moyenne 0 et une variance $\psi^{*2} = \psi^2(1 - \rho^2)$. En présence d'un schème autorégressif stationnaire on peut écrire la fonction de vraisemblance comme[1] :

$$L = \prod_{t=1+r}^{n} \frac{(y_t^{\lambda_y - 1})^{\sim}}{\sqrt{2\pi}\,\sigma^{**}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^{**2}} (y_t^{(\lambda_y)})^{**} - \sum_k \beta_k X_{k_t}^{(\lambda_{xk})^{**}}\right\} \quad (16)$$

à laquelle on enlève autant d'observations que le nécessite le degré de l'autocorrélation. Et

[1]Voir à ce sujet, Gaudry et Wills 1977.

$$\tilde{Z}_t = \frac{Z_t}{\sqrt{\exp(\sum_k \delta_k X_{k_t}^{(\lambda_{ek})})}}, \sigma^{**} > 0, \quad \text{et} \tag{17}$$

$$\tilde{Z}_t^{**} = \frac{Z_t}{\sqrt{\exp(\sum_k \delta_k X_{k_t}^{(\lambda_{ek})})}} - \sum_{\ell=1}^{\eta} \rho_\ell \frac{Z_{t-\ell}}{\sqrt{\exp(\sum_k \delta_k X_{k_{t-\ell}}^{(\lambda_{ek})})}} \tag{18}$$

Cette dernière expression ajoute les paramètres $\rho_1, \ldots, \rho_\ell, \ldots, \rho_r$ à ceux qui doivent être estimés dans l'équation (12).

Nous pouvons donc maintenant déterminer simultanément la partie fixe de l'équation avec la forme de l'autocorrélation et l'hétéroscédasticité. On peut alors passer à l'estimation.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

PARTIE III

Présentation des résultats, analyse et conclusion

Dans cette partie, on a maximisé la vraisemblance d'une fonction afin de comparer des équations et leur capacité d'expliquer les données.

J'analyse d'abord les résultats au moyen du test de rapport de vraisemblance. Je compare les équations au moyen de la formule $-2\ell n(L_0/L_1)$ où L_1 est la valeur de la fonction de vraisemblance L maximum et L_0 la valeur de L estimé en posant certaines hypothèses quant à la forme de l'hétéroscédasticité. Le rapport suit une distribution du χ^2 et a un nombre de degré de liberté égal au nombre de contraintes supplémentaires posées sur L_0. Ainsi, je mets en relief les résultats obtenus en corrigeant pour l'hétéroscédasticité mais en gardant le même nombre de contraintes pour la partie fixe de l'équation. Je compare les meilleurs résultats obtenus dans chaque cas.

La seconde étape de l'analyse porte sur la significativité des paramètres estimés, la valeur des coefficients de détermination et les valeurs des élasticités.

Les tableaux V, VI, VII montrent les coefficients estimés des valeurs de λ suivis des tests t de Student entre parenthèses (par rapport à 0 et 1) et les élasticités estimés pour chacune des variables. Pour la correction de l'hétéroscédasticité, la variable numéro 1 correspond à la production anticipée d'acier japonais, numéro 2 au prix du charbon canadien à l'exportation en yens, numéro 3 à la variable de tendance.

Avant de passer à l'analyse des résultats comme tel, je veux préciser que je n'ai pas corrigé pour l'autocorrélation malgré sa présence

dans l'équation linéaire estimée par les moindres carrés ordinaires. En effet, l'autocorrélation étant sensible à la forme choisie, en adoptant une formulation non-linéaire elle disparaît. A titre d'exemple, le tableau de l'autocorrélation, avec l'hypothèse $\lambda_x = \lambda y$ sur la partie fixe de l'équation et sans aucune autre correction, montre :

Différence $(1-\beta)^0$ $(1-\beta^4)^0$	Retards							
	1-12	.15	.05	-.03	-.13	-.22	-.24	-.12	-.04
								T
		-.04	.06	-.09	.03			.16

On voit qu'il n'y a pas d'autocorrélation. C'est aussi le cas pour les autres équations estimées. Du point de vue théorique, la fonction estimée correspond à l'équation (10) si on ne tient pas compte de l'hétéroscédasticité ou de l'équation (12) si on en tient compte.

En examinant les résultats, on remarque que la valeur des fonctions de vraisemblance augmente avec la libération des contraintes posées sur les λ ce qui est normal compte tenu de l'augmentation des degrés de liberté. Ceci n'est cependant pas vrai dans le cas de la correction pour l'hétéroscédasticité classique où les valeurs diminuent comparativement à l'équation sans correction. Les résultats obtenus montrent que l'hypothèse de l'hétéroscédasticité classique n'est pas adéquate dans notre cas. Je m'en tiendrai donc à l'analyse des résultats obtenus sans correction pour l'hétéroscédasticité et avec correction pour l'hétéro générale.

Tableau V

Résultats de l'estimation par le maximum de vraisemblance, quand $\lambda_X = \lambda_Y$

Paramètres	$\lambda_X=\lambda_Y=1$	$\lambda_X=\lambda_Y$	Hétéro générale variable numéro						Hétéro classique variable numéro		
			1	2	3	1,2	2,3	1,2,3	1	2	3
Forme fonctionnelle											
$\lambda_X = \lambda_Y$	1	1.76 (5.12) (2.21)	1.54 (3.19) (1.12)	1.5 (3.91) (1.31)	1.47 (1.65) (0.52)	-1.68 (-0.90) (2.22)	1.56 (4.35) (1.56)	-1.08 (-1.27) (-2.45)	2.09 (6.94) (3.62)	2.73 (10.12) (6.41)	3.08 (11.49) (7.75)
Hétéroscédasticité											
λe_1	0	0	13.5 (0.54) (0.5)	9.93 (0.94) (0.84)	-0.414 (-0.133) (-0.45)	-0.53 (-0.28) (-0.81)	8.6 (0.85) (0.75)	4.41 (0.897) (0.69)	0	0	0
λe_2	0	0	0	0	0	0.74 (0.3) (-0.1)	12.45 (0.22) (0.2)	0.59 (0.325) (-0.23)	0	0	0
λe_3	0	0	0	0	0	0	0	-0.68 (-1.12) (-2.77)	0	0	0
δ_1	0	0	-.000002 (-0.035)	-.000000006 (-0.04)	-0.753 (-0.22)	-3.06 (-0.61)	-.000000017 (-0.041)	0.16 (0.19)	0	0	0
δ_2	0	0	0	0	0	0.46 (0.23)	-.00000000002 (0.0082)	1.83 (0.32)	0	0	0
δ_3	0	0	0	0	0	0	0	-11.2 (-1.72)	0	0	0
Elasticités*											
$P^*_{\lambda J}$	2.07 (5.56)	1.67 (7.00)	1.79 (5.29)	2.00 (5.61)	1.69 (5.41)	0.374 (1.24)	2.07 (5.99)	0.187 (0.47)	1.63 (7.45)	1.39 (8.24)	1.36 (7.88)
$P\lambda_{CCV}$	-0.353 (-2.34)	-0.218 (-1.56)	-0.28 (-1.35)	-0.35 (-1.68)	-0.25 (-0.85)	0.09 (0.644)	-0.345 (-1.75)	0.13 (0.71)	-0.184 (-1.4)	-0.084 (-0.61)	0.073 (0.624)
T	0.264 (2.52)	0.18 (2.29)	0.195 (1.79)	0.19 (2.11)	0.212 (1.06)	0.13 (1.1)	0.142 (1.39)	0.096 (0.61)	0.162 (2.27)	0.138 (1.82)	0.119 (1.34)
D_4	0.017 (1.92)	0.041 (1.41)	0.032 (0.947)	0.027 (0.784)	0.03 (0.88)	0.005 (1.23)	0.027 (0.817)	0.004 (1.18)	0.056 (1.53)	0.116 (3.01)	0.163 (1.73)
D_5	0.007 (1.54)	0.0134 $(.6)(10^{-11})$	0.011 $(.9)(10^{-11})$	0.0097 $(.1)(10^{-10})$	0.0101 $(.2)(10^{-11})$	0.0014 $(.4)(10^{-11})$	0.0102 $(.6)(10^{-11})$	0.0009 $(.1)(10^{-8})$	0.018 $(.1)(10^{-12})$	0.035 $(.1)(10^{-11})$	0.048 $(.5)(10^{-12})$
D_6	-0.008 (-1.76)	-0.0137 $(-.8)(10^{-11})$	-0.011 $(-.2)(10^{-11})(-.6)(10^{-11})$	-0.011 $(-.4)(10^{-11})(-.4)(10^{-10})$	-0.0104 $(-.3)(10^{-10})$	-0.0011 $(-.4)(10^{-10})$	-0.0115 $(-.4)(10^{-8})$	-0.0008 $(-.4)(10^{-12})(-.5)(10^{-12})(-.3)(10^{-12})$	-0.019	-0.031	-0.041
D_7	0.012 (1.72)	0.0321 (2.21)	0.029 (1.7)	0.03 (2.23)	0.023 (0.96)	0.002 (1.19)	0.032 (2.33)	0.0013 (0.98)	0.046 (2.23)	0.095 (1.89)	0.157 (2.56)
D_8	-0.011 (-2.46)	-0.021 $(-.1)(10^{-10})$	-0.016 $(-.2)(10^{-9})(-.2)(10^{-10})$	-0.014	-0.016 $(-.8)(10^{-11})(-.2)(10^{-9})$	-0.002 $(-.9)(10^{-9})$	-0.015	-0.0014 $(-.1)(10^{-7})$	-0.029 $(-.1)(10^{-11})(-.3)(10^{-12})(-.8)(10^{-12})$	-0.06	-0.076
D_9	0.0105 (0.955)	0.026 (0.803)	0.026 (1.12)	0.032 (2.35)	0.019 (0.68)	0.0011 (0.62)	0.036 (2.4)	0.0007 (0.399)	0.036 (0.63)	0.052 (0.21)	0.088 (0.285)
Constante	-0.67 (-5.12)	-0.317 (-4.07)	-0.39 (-3.9)	-0.45 (-4.3)	-0.37 (-2.13)	0.014 (0.037)	-0.454 (-4.75)	0.015 (0.022)	-0.255 (-4.99)	-0.149 (-6.04)	-0.114 (-5.92)
R^2 (E(y))	0.9053	0.9076	0.9075	0.907	0.9006	0.9137	0.906	0.9115	0.9117	0.91	0.9059
L		53.59	55.44	57.7	53.89	58.2	58.44	61.95	52.37	48.84	44.73

*Les valeurs des tests t de Student par rapport à 0 puis à 1, sont écrits entre parenthèses sous les coefficients estimés.

Tableau VI

Résultats de l'estimation par le maximum de vraisemblance, quand $\lambda_X \neq \lambda_Y$ mais λ_X sont égaux

$\lambda_X \neq \lambda y$, $\lambda_{X1} = \lambda_{X2} = \lambda_{X3}$

Paramètres	$\lambda_X=\lambda y$ $\lambda_{X1}=\lambda_{X2}=\lambda_{X3}$	Hétéro générale variable numéro 1	2	3	1,2	1,2,3	Hétéro classique variable numéro 2
Forme fonctionnelle							
λy	1.53 (6.77) (2.36)	0.577 (0.749) (-0.55)	1.27 (3.77) (0.81)	0.19 (0.22) (-0.93)	0.578 (0.697) (-0.51)	0.38 (0.4) (-0.65)	2.65 (10.54) (6.56)
$\lambda_{X1}=\lambda_{X2}=\lambda_{X3}$	-0.58 (-1.59) (-4.33)	-1.77 (-1.79) (-2.8)	-1.02 (-1.89) (-3.75)	-1.92 (-2.03) (-3.09)	-1.63 (-1.81) (-2.92)	-1.6 (-1.45) (-2.35)	0.406 (0.983) (-1.44)
Hétéroscédasticité							
λe_1	0	1.71 (0.44) (0.18)	8.8 (0.93) (0.82)	-1.71 (-1.43) (-2.26)	1.72 (0.57) (0.239	8.9 (0.54) (0.48)	0
λe_2	0	0	0	0	0.673 (0.201) (-0.097)	-0.75 (-0.46) (-1.07)	0
λe_3	0	0	0	0	0	-0.9 (-0.8) (-1.68)	0
δ_1	0	-1.26 (-0.24)	-.00000001 (-0.044)	-7.54 (-1.01)	-2.27 (-0.317)	-0.0006 (-0.05)	0
δ_2	0	0	0	0	0.566 (0.163)	13.9 (0.414)	0
δ_3	0	0	0	0	0	-10.5 (-1.12)	0
Elasticités							
$P^*_{\lambda J}$	0.36 (1.00)	0.495 (1.15)	0.386 (1.08)	0.346 (0.79)	0.508 (1.15)	0.414 (1.41)	0.261 (1.13)
PX_{CCX}	0.232 (1.2)	0.177 (0.89)	0.211 (1.23)	0.158 (0.95)	0.165 (0.933)	0.132 (0.62)	0.276 (1.26)
T	0.058 (0.772)	0.012 (0.28)	0.025 (0.452)	0.061 (1.61)	0.0303 (0.713)	0.096 (1.85)	0.123 (0.945)
D_4	0.045 (1.96)	0.019 (1.28)	0.036 (1.44)	0.014 (1.4)	0.019 (1.34)	0.015 (1.29)	0.124 (3.77)
D_5	0.011 $(.7)(10^{-10})$	0.005 $(.6)(10^{-9})$	0.009 $(.2)(10^{-9})$	0.003 $(.8)(10^{-9})$	0.005 $(.3)(10^{-9})$	0.0035 $(.3)(10^{-9})$	0.03 $(.1)(10^{-11})$
D_6	-0.009 $(-.6)(10^{-10})$	-0.004 $(-.2)(10^{-8})$	-0.007 $(-.2)(10^{-9})$	-0.003 $(-.1)(10^{-8})$	-0.004 $(-.1)(10^{-8})$	-0.0033 $(-.1)(10^{-8})$	-0.03 $(-.2)(10^{-11})$
D_7	0.026 (2.6)	0.009 (1.07)	0.022 (2.3)	0.005 (0.93)	0.009 (1.00)	0.0073 (0.88)	0.091 (2.05)
D_8	-0.016 $(-.1)(10^{-9})$	-0.006 $(-.1)(10^{-7})$	-0.012 $(-.3)(10^{-8})$	-0.0044 $(-.2)(10^{-8})$	-0.006 $(-.4)(10^{-8})$	-0.0053 $(-.1)(10^{-7})$	-0.05 $(-.2)(10^{-11})$
D_9	0.012 (0.44)	0.0052 (0.786)	0.013 (1.63)	0.0033 (0.47)	0.0051 (0.56)	0.004 (0.52)	0.023 (0.107)
Constante	-0.717 (-2.46)	-2.82 (-1.5)	-1.15 (-2.12)	-2.999 (-1.51)	-2.35 (-1.6)	-2.06 (-1.6)	-0.222 (-2.69)
R^2 (E(y))	0.9436	0.944	0.944	0.933	0.942	0.93	0.932
L	60.6	63.54	63.79	64.32	64.7	70.93	54.74

Tableau VII

Résultats de l'estimation par le maximum de vraisemblance, quand $\lambda_X \neq \lambda_Y$

Paramètres	$\lambda_X \neq \lambda_Y$	Hétéro générale variable numéro					Hétéro classique variable numéro 2
		1	2	3	1,2	1,2,3	
Forme fonctionnelle							
λ_y	1.52 (6.33) (2.17)	0.535 (0.65) (-0.57)	1.29 (3.45) (0.78)	0.12 (0.13) (-0.95)	0.49 (0.61) (-0.63)	0.463 (0.56) (-0.65)	2.65 (8.47) (5.27)
λ_{X1}	0.084 (0.01) (-0.13)	-2.75 (-0.42) (-0.58)	-0.95 (-0.14) (-0.28)	1.66 (0.127) (0.051)	-3.04 (-0.44) (-0.58)	-3.36 (-0.47) (-0.61)	2.52 (0.31) (0.19)
λ_{X2}	-1.05 (-0.64) (-1.26)	-1.75 (-0.67) (-1.05)	-1.15 (-0.64) (-1.2)	-2.86 (-1.41) (-1.91)	-1.63 (-0.48) (-0.77)	-1.58 (-0.45) (-0.72)	-0.132 (-0.088) (-0.75)
λ_{X3}	0.402 (0.22) (-0.33)	-0.525 (-0.106) (-0.307)	-0.024 (-0.007) (-0.31)	-1.14 (-0.96) (-1.8)	-0.74 (-0.16) (-0.38)	-0.73 (-0.14) (-0.32)	0.915 (0.68) (-0.06)
Hétéroscédasticité							
λe_1	0	1.35 (0.33) (0.09)	8.84 (0.826) (0.73)	-1.78 (-1.53) (-2.39)	1.51 (0.45) (0.15)	1.7 (0.44) (0.18)	0
λe_2	0	0	0	0	0.67 (0.193) (-0.094)	0.76 (0.26) (-0.08)	0
λe_3	0	0	0	0	0	4.17 (0.04) (0.03)	0
δ_1	0	-1.8 (-0.23)	-.00000001 (-0.04)	-8.17 (-1.08)	-2.87 (-0.29)	-2.59 (-0.271)	0
δ_2	0	0	0	0	0.58 (0.16)	0.62 (0.19)	0
δ_3	0	0	0	0	0	-0.0002 (-0.0005)	0
Elasticités							
P^*_{AJ}	0.43 (0.14)	0.535 (0.151)	0.413 (0.141)	0.297 (0.07)	0.57 (0.15)	0.56 (0.15)	0.41 (0.14)
PX_{CCX}	0.17 (0.48)	0.16 (0.31)	0.18 (0.458)	0.095 (0.49)	0.151 (0.23)	0.15 (0.214)	0.201 (0.54)
T	0.0995 (0.31)	0.043 (0.15)	0.062 (0.216)	0.115 (0.58)	0.056 (0.19)	0.059 (0.17)	0.143 (0.48)
D_4	0.044 (1.94)	0.018 (1.15)	0.036 (1.31)	0.013 (1.26)	0.017 (1.38)	0.016 (1.31)	0.123 (3.07)
D_5	0.011 $(.2)(10^{-12})$	0.0043 $(.2)(10^{-8})$	0.009 $(.2)(10^{-10})$	0.003 $(.9)(10^{-8})$	0.004 $(.2)(10^{-8})$	0.004 $(.2)(10^{-8})$	0.03 $(.6)(10^{-11})$
D_6	-0.009 $(-.2)(10^{-12})$	-0.0038 $(-.1)(10^{-7})$	-0.007 $(-.2)(10^{-10})$	-0.003 $(-.1)(10^{-8})$	-0.004 $(-.6)(10^{-8})$	-0.004 $(-.7)(10^{-8})$	-0.03 $(-.1)(10^{-11})$
D_7	0.026 (2.71)	0.0083 (1.03)	0.023 (2.15)	0.0051 (0.89)	0.008 (1.03)	0.008 (1.02)	0.091 (1.98)
D_8	-0.016 $(-.2)(10^{-12})$	-0.006 $(-.3)(10^{-7})$	-0.012 $(-.2)(10^{-9})$	-0.0042 $(-.2)(10^{-7})$	-0.006 $(-.2)(10^{-7})$	-0.006 $(-.2)(10^{-7})$	-0.051 $(-.7)(10^{-12})$
D_9	0.012 (0.48)	0.005 (0.74)	0.012 (1.56)	0.003 (0.51)	0.004 (0.53)	0.004 (0.495)	0.029 (0.14)
Constante	-0.804 (-1.27)	-3.85 (-0.421)	-1.2 (-0.70)	-5.06 (-0.693)	-4.3 (-0.34)	-5.04 (-0.3)	-0.209 (-1.64)
R^2 (E(y))	0.945	0.9446	0.9454	0.937	0.94	0.94	0.93
L	60.97	63.77	63.97	64.7	64.7	65.05	55.12

Si on analyse d'abord la correction pour la partie aléatoire avec $\lambda_X = \lambda y$ pour la partie fixe : les fonctions de vraisemblance corrigées sont toutes significatives à 97.5% (sauf la correction pour la variable 1 et 3), la correction générale pour 1, 2, 3 est significative à 97.5% par rapport aux autres valeurs. Ainsi avec $\lambda_X = \lambda y$ posée sur la partie fixe, la meilleure correction, du point de vue du test de vraisemblance, est celle de l'hétéroscédasticité générale pour les variables 1, 2, 3.

Dans le cas où $\lambda_X \neq \lambda y$ mais $\lambda_{X1} = \lambda_{X2} = \lambda_{X3}$, nous obtenons un résultat similaire car toutes les fonctions avec correction sont significativement différentes (à au moins 90%) de celles sans correction. Si on tient compte de l'hétéroscédasticité générale, pour les variables 1, 2, 3 ensemble, celle-ci est significativement différente (à au moins 97.5%) des autres corrections.

Pour $\lambda_X \neq \lambda y$, les corrections pour l'hétéroscédasticité générale sont significativement différentes de la valeur de la fonction sans correction. Le meilleur résultat est celui obtenu en corrigeant pour l'hétéroscédasticité générale avec la variable numéro 3, bien que la fonction de vraisemblance ne soit pas significativement différente des autres. Cependant, on doit souligner que nous n'avons vraisemblablement qu'un maximum global avec la correction pour 1, 2, 3 ensemble car la valeur obtenue est inférieure (en valeur absolue) à la même correction avec $\lambda_X \neq \lambda y$ mais $\lambda_{X1} = \lambda_{X2} = \lambda_{X3}$ et ce malgré l'augmentation des degrés de liberté. En outre, la fonction n'est pas significativement différente des autres corrections. Mais, avec plus de précisions dans les itérations, ou avec une

autre solution de départ, on obtiendrait des valeurs différentes pour la fonction de vraisemblance.

De façon générale, le meilleur résultat est celui obtenu en posant $\lambda_X \neq \lambda y$ et $\lambda_{X1} = \lambda_{X2} = \lambda_{X3}$ pour la partie fixe et en corrigeant l'hétéroscédasticité générale avec les variables numéro 1, 2 et 3. Cette fonction est significativement différente des autres à 99%.

On peut maintenant aborder la seconde partie de l'analyse en examinant les R^2, les tests t de Student et la valeur des élasticités. En premier lieu aucun des λe estimés n'est significatif bien que la correction pour l'hétéroscédasticité améliore les valeurs des fonctions de vraisemblance. On peut expliquer ce phénomène si on tient compte que les coefficients estimés sont faibles et que les écarts-type sont relativement grands, on obtient alors des valeurs peu élevés pour les t de Student.

Avec l'hypothèse $\lambda_X = \lambda y$ tous les coefficients (λ_X) estimés sont significativement différents de 0 sauf pour la correction avec les variables numéro 1 et 2 qui est cependant différent de 1.

Pour $\lambda_X \neq \lambda y$ et $\lambda_{X1} = \lambda_{X2} = \lambda_{X3}$, λ_X et λy sont significatifs dans les cas sans correction et avec correction pour la variable numéro 2. Cependant les λ_X estimés sont significatifs pour toutes les équations mais non les λy.

Avec $\lambda_X \neq \lambda y$, aucun des λ_X et λy ne sont globalement significatifs pour une même équation. De plus les élasticités ne sont plus significatives et le signe de la variable prix est positif.

On constate donc, que plus on libère de contraintes et que le nombre de paramètres estimés augmentent, chacun devient de moins en moins significatif si bien que nous ne pouvons plus juger des valeurs obtenues. Les trop nombreux paramètres expliquent très peu individuellement le comportement de ma variable dépendante. Pour toutes ces raisons, l'hypothèse posée sur la partie fixe de l'équation, $\lambda_X \neq \lambda y$, n'est pas pertinente.

Je poursuivrai mon analyse en ne tenant compte que des deux premiers cas. Pour $\lambda_X \neq \lambda y$ mais $\lambda_{X1} = \lambda_{X2} = \lambda_{X3}$, les principaux paramètres des $\hat{\beta}$ estimés ne sont pas significatifs, la variable de prix est positive et la valeur de l'élasticité semble trop faible par rapport aux résultats de l'estimation par les moindres carrés ordinaires (.36 versus 2.07). Ce dernier résultat nous montre donc clairement que plus on libère les contraintes moins les paramètres (λ et β) estimés sont significatifs et plus les valeurs des élasticités sont faibles. Ainsi la présence de trop nombreuses variables améliorent une équation de façon générale (voir l'analyse des rapports de vraisemblance) mais comme valeur explicative chaque variable n'a pratiquement plus de poids, n'est pas significative et la valeur des élasticités n'est pas fiable. Ainsi, en ajoutant trop de paramètres, l'équation perd de sa valeur explicative et ceci peut-être assimilable, dans une certaine mesure, à une erreur de spécification.

Je poursuivrai donc l'analyse en examinant le cas $\lambda_X = \lambda y$. Si on évalue d'abord la meilleure équation choisie, par le critère du test de vraisemblance (correction pour 1, 2, 3), on remarque que tous les paramètres estimés sont non-significatifs (par rapport à 0) et que les valeurs

des élasticités sont faibles. Ainsi la significativité des paramètres estimés et la valeur des élasticités sont sensibles aux contraintes posées non seulement sur la partie fixe de l'équation mais aussi sur la partie aléatoire. On remarque dans ces deux cas, que plus les contraintes diminuent plus la valeur et la significativité de chaque paramètre diminue.

Dans ce cadre, la meilleure équation semble celle où on corrige l'hétéroscédasticité pour les variables numéro 2 et 3 car : 1) la fonction de vraisemblance est significativement différente de celle sans correction; 2) les principaux paramètres estimés λ_X, P^*_{AJ}, P_{CCX}, T sont significatifs par rapport à 0 et sont plus significatifs que ceux obtenus avec d'autres corrections; 3) les signes des paramètres estimés sont concordants avec la théorie. Ce qui est le plus surprenant c'est que les valeurs obtenues pour les élasticités sont à peu près identiques à celles de l'estimation de la forme linéaire par les moindres carrés ordinaires.

On peut maintenant tenir une conclusion générale de l'ensemble des résultats analysés. On remarque d'abord, que si on libère les contraintes posées sur la partie fixe de l'équation, celle-ci ne s'améliore pas même si les fonctions de vraisemblance sont significativement différentes (entre $\lambda_X = \lambda y$ versus $\lambda_X \neq \lambda y$, $\lambda_{X1} = \lambda_{X2} = \lambda_{X3}$; $\lambda_X = \lambda y$ versus $\lambda_X \neq \lambda y$ mais non $\lambda_X \neq \lambda y$, $\lambda_{X1} = \lambda_{X2} = \lambda_{X3}$ et $\lambda_X \neq \lambda y$. En effet, les tests t de Student des principaux paramètres estimés deviennent non-significatifs et, les valeurs des élasticités diminuent beaucoup. On peut donc conclure que la valeur des élasticités (et leur significativité) sont sensibles aux hypothèses posées sur la partie fixe de l'équation surtout si on compare $\lambda_X = \lambda y$ avec $\lambda_X \neq \lambda y$, $\lambda_{X1} = \lambda_{X2} = \lambda_{X3}$, ou $\lambda_X = \lambda y$ avec $\lambda_X \neq \lambda y$.

La libération des contraintes de la partie aléatoire de l'équation n'améliore pas toujours l'équation du point de vue du test de vraisemblance. De plus, si on pose de fausses hypothèses sur les variables causant l'hétéroscédasticité, nous commettons une erreur de spécification (pour la forme aléatoire) et les résultats ne sont plus valables. Les valeurs des élasticités et leur significativité sont très sensibles aux hypothèses retenues. Cependant, si on corrige les bonnes variables pour la vraie forme d'hétéroscédasticité, on obtient de meilleurs résultats en terme de fonction de vraisemblance. Les valeurs des élasticités sont alors similaires à celles estimés en posant $\lambda_X = \lambda y = 1$.

Ainsi la forme optimale de l'équation tend vers la forme linéaire quant à la partie fixe parce que la meilleure contrainte est $\lambda_X = \lambda y$. Cependant, il y a un problème d'hétéroscédasticité générale pour les variables

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

numéro 2 et 3. On a donc pu améliorer la partie fixe et aléatoire de l'équation de départ. La méthode utilisée a permis d'obtenir une meilleure spécification. Cependant, libérer trop de contraintes ou corriger l'hétéroscédasticité avec les mauvaises variables a donné des résultats insatisfaisants. Ceci n'est pas surprenant, car on commet alors une erreur de spécification. De plus, le test de rapport de vraisemblance n'est pas entièrement suffisant pour juger de la valeur des équations. La valeur et la significativité des élasticités sont sensibles aux contraintes de la partie fixe et aléatoire. Cependant, dans mon cas, la meilleure équation montre une certaine insensibilité de la valeur des élasticités par rapport au modèle linéaire. Il serait intéressant de comparer une autre équation avec d'autres données, afin de vérifier si les conclusions obtenus sont semblables.

REMERCIEMENTS

Je remercie mon directeur de recherche, M. Marc Gaudry qui, par ses précieux conseils et son aide, a permis la réalisation de cette recherche.

Je remercie également M. Tran Cong Liem qui m'a aidé dans l'utilisation du programme d'informatique nécessaire pour l'estimation, M. J. Schulman et M. Normand Wale qui m'ont permis d'utiliser le matériel de base ayant servi à ce travail et Suzanne Larouche pour la dactylographie.

ANNEXE

Les principales données qui ont servi aux estimations sont décrites ci-dessous; les exportations canadiennes de charbon vers le Japon (X_{CC}), la production d'acier au Japon (P_{AJ}), la production anticipée d'acier japonais (P^{*}_{AJ}), le prix du charbon exporté en yens (PX_{ccX})

Année	Trimestre	X_{CC}	P_{AJ}	P^{*}_{AJ} [1]	PX_{CCX}
1969	1	266,410	20,287,560	1,565,829	17,141
	2	394,470	22,208,220	1,681,760	15,612
	3	291,360	22,994,385	1,775,376	18,395
	4	265,720	24,974,236	1,820,017	19,282
1970	1	359,340	25,729,293	1,854,456	18,070
	2	839,090	26,066,821	1,876,786	18,102
	3	1,595,460	25,991,988	1,905,926	20,277
	4	1,387,220	24,999,676	1,950,918	21,493
1971	1	1,691,510	24,800,919	2,029,178	30,125
	2	1,809,080	23,855,219	2,163,314	30,900
	3	2,190,350	24,431,122	2,287,418	38,682
	4	1,653,280	24,423,020	2,447,718	36,380
1972	1	1,815,390	24,802,288	2,578,210	35,239
	2	2,142,170	25,692,308	2,665,827	32,607
	3	2,412,010	26,772,556	2,709,872	36,049
	4	2,948,840	29,315,649	2,680,912	35,104
1973	1	2,867,220	31,828,751	2,643,354	31,727
	2	2,920,230	32,900,731	2,575,885	29,807
	3	2,221,560	32,938 566	2,555,731	35,145
	4	2,806,900	33,664,152	2,551,593	38,125
1974	1	2,463,220	32,834,643	2,569,396	43,628
	2	2,565,120	33,004,758	2,624,490	49,517
	3	2,529,710	32,380,725	2,705,612	63,077
	4	2,927,020	30,861,851	2,868,795	68,868

Année	Trimestre	X_{CC}	P_{AJ}	P^{*}_{AJ} [1]	PX_{CCX}
1975	1	2,318,280	29,476,807	3,086,047	76,207
	2	3,331,200	28,986,599	3,274,602	94,873
	3	3,712,390	28,437,650	3,389,206	109,532
	4	3,046,160	25,904,192	3,469,610	115,705
1976	1	3,029,910	28,741,543	3,469,677	119,017
	2	2,889,550	28,520,324	3,466,333	121,909
	3	2,190,950	30,123,453	3,435,743	118,960
	4	3,157,730	30,855,641	3,347,333	121,020
1977	1	3,059,060	29,843,909	3,230,234	116,082
	2	3,128,480	28,744,295	3,127,773	109,033
	3	3,070,110	27,440,684	3,044,409	103,848
	4	2,447,340	26,940,132	2,896,172	93,652
1978	1	3,184,660	27,817,393	2,918,816	92,831
	2	2,796,260	27,959,723	2,939,893	79,798

[1] Pour calculer P^{*}_{AJ} en 1969 on utilise P_{AJ} 1966-68, aussi :

P_{AJ}	1966	1967	1968
	11,531,862	16,104,789	17,937,087
	12,310,170	17,064,536	18,106,248
	13,643,256	17,720,747	18,529,155
	15,136,714	17,571,708	19,109,441

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

BIBLIOGRAPHIE

DAMES & MOORE, A Report on the Current Status of the Canadian Coal Mining Industry, Third Edition, Toronto, 1977, 296 p.

GAUDRY, Marc J.I., DAGENAIS, Marcel G., The Use of Box-Cox Transformations in Regression Model with Heteroskedastic Autoregressive Residual, Université de Montréal, Département de sciences économiques, cahier no 7814, 1978, 14 p.

GAUDRY, Marc J.I., WILLS, Michael J., Estimating the Functionnal Form of Travel Demand Models, Université de Montréal, Centre de recherche sur les transports, cahier no 7702, Montréal, 1977, 79 p.

HIKARU, Yokoegama, Impact of the Transportation System on the Markettability of Coking Coal in Japanese Market, Study Report to CP Rail, 1977, 25 p.

JOHNSTON, J., Econometric Methods, McGraw-Hill, New York, 1972, 437 p.

O.E.C.D., Main Economic Indicators, Monthly, France.

Statistics Canada, Coal and Coke Statistics, Cat. no 45-002, Monthly.

Statistics Canada, Exports by Commodities, Cat. no 65-004, Monthly.

Statistics Canada, Summary of External Trade, Cat. no 65-001, Monthly.

Statistics Canada, Imports by Commodities, Cat. no 65-007, Monthly.

TRAN CONG, Liem, DSMD:L-1, A Program for Box-Cox Transformations in Regression Models with Heteroskedastic and Autoregressive Residuals, Université de Montréal, Centre de recherche sur les transports, publication #134, 1979, 56 p.